

© International Baccalaureate Organization 2022

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2022

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2022

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathématiques : analyse et approches

Niveau supérieur

Épreuve 1

Lundi 31 octobre 2022 (après-midi)

Numéro de session du candidat

2 heures

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Aucune calculatrice n'est autorisée pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour les cours de mathématiques : analyse et approches** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[110 points]**.



2. [Note maximale : 7]

Considérez un cercle de diamètre AB , où les coordonnées de A sont $(1; 4; 0)$ et les coordonnées de B sont $(-3; 2; -4)$.

(a) Trouvez

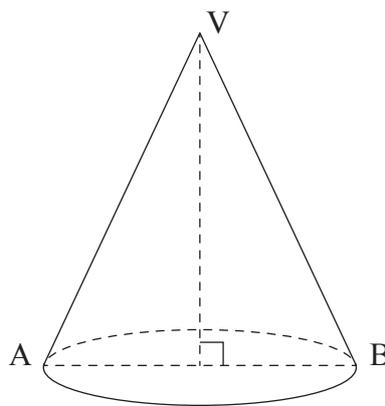
(i) les coordonnées du centre du cercle ;

(ii) le rayon du cercle.

[4]

Le cercle forme la base d'un cône droit dont les coordonnées du sommet V sont $(-1; -1; 0)$.

la figure n'est pas à l'échelle



(b) Trouvez le volume exact du cône.

[3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP03

Tournez la page

N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

Section B

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

10. [Note maximale : 20]

La fonction f est définie par $f(x) = \cos^2 x - 3 \sin^2 x$, $0 \leq x \leq \pi$.

- (a) Trouvez les racines de l'équation $f(x) = 0$. [5]
- (b) (i) Trouvez $f'(x)$.
- (ii) À partir de là, trouvez les coordonnées des points sur la représentation graphique de $y = f(x)$ où $f'(x) = 0$. [7]
- (c) Esquissez la représentation graphique de $y = |f(x)|$, en montrant clairement les coordonnées de tout point où $f'(x) = 0$ et celles de tout point où la représentation graphique coupe les axes des coordonnées. [4]
- (d) À partir de là ou par toute autre méthode, résolvez l'inéquation $|f(x)| > 1$. [4]

11. [Note maximale : 16]

Considérez un code à trois chiffres abc , où l'on attribue à a , b et c une valeur choisie parmi 1, 2, 3, 4 ou 5.

- (a) Trouvez le nombre total de codes possibles
 - (i) en supposant que chaque valeur peut être répétée (par exemple, 121 ou 444) ;
 - (ii) en supposant qu'aucune valeur n'est répétée. [4]

Soit $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, où l'on attribue à a , b et c une valeur choisie parmi 1, 2, 3, 4 ou 5. On suppose qu'aucune valeur n'est répétée.

Considérez le cas où $P(x)$ a un facteur $(x^2 + 3x + 2)$.

- (b) (i) Trouvez une expression pour b en fonction a .
- (ii) À partir de là, montrez que la seule façon d'attribuer les valeurs est $a = 4$, $b = 5$ et $c = 2$.
- (iii) Exprimez $P(x)$ comme un produit de facteurs linéaires.
- (iv) À partir de là ou par toute autre méthode, esquissez la représentation graphique de $y = P(x)$, en montrant clairement les coordonnées de tout point d'intersection avec les axes. [12]



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

12. [Note maximale : 18]

Soit z_n le nombre complexe défini par $z_n = (n^2 + n + 1) + i$, pour $n \in \mathbb{N}$.

(a) (i) Trouvez $\arg(z_0)$.

(ii) Écrivez une expression pour $\arg(z_n)$ en fonction de n . [3]

Soit $w_n = z_0 z_1 z_2 z_3 \dots z_{n-1} z_n$, pour $n \in \mathbb{N}$.

(b) (i) Montrez que $\arctan(a) + \arctan(b) = \arctan\left(\frac{a+b}{1-ab}\right)$, pour $a, b \in \mathbb{R}^+$, $ab < 1$.

(ii) À partir de là ou par toute autre méthode, montrez que $\arg(w_1) = \arctan(2)$. [5]

(c) Prouvez par récurrence que $\arg(w_n) = \arctan(n+1)$, pour $n \in \mathbb{N}$. [10]

Références :

© Organisation du Baccalauréat International 2022



12EP12